

NÁZOV	<b>Geometria v biológii - svet neobyčajných tvarov</b>
TEMATICKÝ CELOK	Geometria
MENO A ADRESA NAVRHOVATEĽA	Adriana Demová _____ sceratkova@ukf.sk
CIEĽ	Hľadanie motivačných činiteľov v geometrickom svete okolo nás.
CHARAKTERISTIKY	2 vyučovacie hodiny vek študentov: 16 rokov
POTREBNÉ ZDROJE	-
POZNÁMKY PRE UČITEĽA	-daným materiálom navodiť diskusiu na danú tému -hľadať ďalšie zaujímavé geometrické útvary v prírode okolo nás

Tento projekt je podporený Európskou Úniou v rámci Programu Celoživotného vzdelávania (539234-LLP-1-2013-1-AT-COMENIUS-CAM). Za obsah tejto stránky zodpovedajú autori a komisia nenesie žiadnu zodpovednosť za použitie informácií na uverejnených na tejto stránke.

## Geometria v biológii – svet neobyčajných tvarov

Biológovia dlhý čas zanedbávali štúdium otázok, ktoré sa súviseli s matematikou, resp. geometriou v biológii. Postupne však, ako ich poznanie hlbšie prenikalo do výskumných problémov, znalosť aj tejto oblasti je čoraz dôležitejšia a aktuálnejšia.

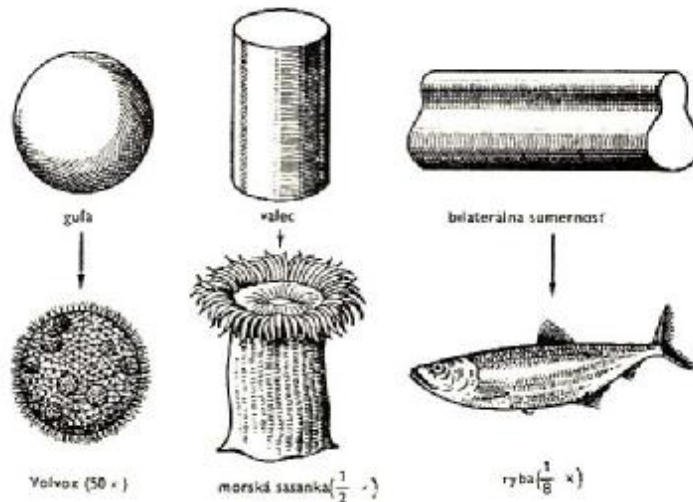
### Geometria telesných foriem

Vo svete živých bytostí okolo nás nájdeme veľa známych geometrických útvarov. Jednotlivé geometrické útvary sa síce nevyskytujú v úplne presnej podobe, ale predsa sú dosť nápadné a výstižné, aby upútali našu pozornosť a prebudili našu obrazotvornosť (obr. 1). U živých organizmov sa takmer vždy stretávame s nejakým druhom súmernosti. Súmernosť môže byť stredová vtedy, keď tvar živého organizmu je blízky guľi. Osová súmernosť môže byť v prípade tela a orgánov valcovitého tvaru. Najčastejšie sa prejavuje rovinná súmernosť, keď telesné formy sú bilaterálne súmerné.

*Guľovité formy* sa často vyskytujú pri bunkách. Tento guľovitý tvar pripomína mydlovú bublinu, ktorej tvar vzniká pôsobením síl povrchového napätia. Sily povrchového napätia sa považujú za prvoradé spomedzi síl, ktoré pôsobia na utváranie buniek, hoci aj iné sily môžu významne vplyvať na tvar buniek, ako napr. gravitácia, osmóza a mechanický tlak. Guľovitý tvar majú aj mnohé organizmy, ale tieto sú všetky malé, mikroskopické bytosti, žijúce v sladkej a morskej vode. Ich guľovitý tvar má aj funkčný význam (guľa je teleso, ktoré má spomedzi všetkých telies rovnakého objemu minimálny povrch). Aké biologické následky môžu z toho všetkého vyplývať? Všimnime si, že medzi suchozemskými organizmami nenájdeme guľovitého jedinca. Zrejme to nie je to náhoda, ale zákonite to súvisí s nejakými činiteľmi, ktoré znemožňujú existovanie takýchto organizmov.

Prejdime k *valcovitým tvarom*. Najčastejšie sa vyskytujú pri rastlinách. Tvar valca majú napr. ich korene. Vyznačujú sa osovou súmernosťou, s ktorou sa stretávame takmer výlučne len pri nepohyblivých útvaroch. Súvisí to s holoŕtickým spôsobom ich výživy. Zriedkavo sa vyskytuje osová súmernosť aj u zvierat, a síce u takých typov, ako sú medúzy a morské sasanky. Takéto živočíchy žijú viac menej fixované len na jednom

mieste (napr. morské sasanky), pričom ich laterálne premiestňovanie je pasívne, zapríčinené len prúdením vody.

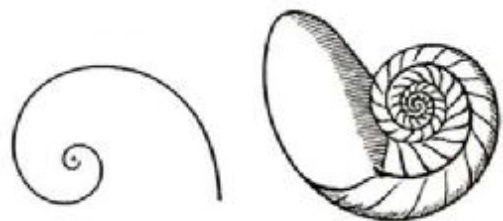


Obr. 1

S *bilaterálnou súmernosťou* sa stretávame u väčšiny zvierat. Súvisí to bezpochyby s ich veľkou pohybovou aktivitou, čo je opäť v úzkom vzťahu s holozoickým (výlučne živočíšnym) spôsobom ich výživy. Bežné príklady na bilaterálnu súmernosť nájdeme napr. u ryby, žaby, psa, hmyzu atď. Vo všetkých týchto prípadoch ide o zvieratá, ktoré sa pohybujú hlavou dopredu a predovšetkým v horizontálnom smere. Táto vyváženosť pravej a ľavej strany tela ja zrejme veľmi výhodná.

Zvieratá, veľmi rýchlo sa pohybujúce v prostredí, ktoré kladie veľký odpor, majú telo viac - menej aerodynamického tvaru. Aerodynamickosť sa zriedkavo vyskytuje u druhov, pohybujúcich sa pomaly alebo v prostredí s malým odporom.

Treba poznamenať, že pri značnom počte organizmov (najmä u slimákov) sa stretávame aj so *špirálovitou formou* tela. Špirála je taká rovinná krivka, ktorá vychádza z istého bodu a jej zakrivenosť sa postupne znižuje, ako sa vzdaluje od začiatočného bodu. Takmer všetky špirálovité formy v prírode patria do skupiny logaritmických špirál. Najkrajším príkladom logaritmickéj špirály v prírode je schránka morského mäkkýša nazvaného lodenka (Nautilus) (obr. 2).



Obr. 2

Usporiadanie listov je príkladom špirály, ako aj závitnice. Keď sa bližšie pozrieme na umiestnenie listov na stonke nejakej rastliny, v mnohých prípadoch zistíme, že ich usporiadanie zodpovedá závitnici. Uhol na stonke medzi dvoma susednými listami je pri rôznych rastlinách rôzny. Kde sa stonka stenčuje, usporiadanie listov zodpovedá skôr špirále ako závitnici. Iným bežným rastlinným útvarom, kde sa vyskytuje špirálovitá organizácia, je šiška ihličnatých stromov. Šupiny sú na šiškách usporiadané podľa stúpajúcich špirál. Najznámejšou závitnicou je pravotočivá závitnicová štruktúra DNA - nositeľky genetickej informácie živých organizmov.

### Včelie geometrické útvary

Každý, kto sa zaoberá geometriou, bude prekvapený, keď sa dozvie, že mnohé organizované formy spoločentiev hmyzu celý svoj život zostrojujú geometrické útvary. Príkladom je včela domáca.

Už pri bežnom pohľade na včelí plást vidíme šesťuholníkové otvory. Tieto šesťuholníky sú pravidelné, tvoria ich kolmé rezy buniek s pravidelnou dĺžkou ich strany rovnou 2,71 mm (obr. 3).



Obr. 3

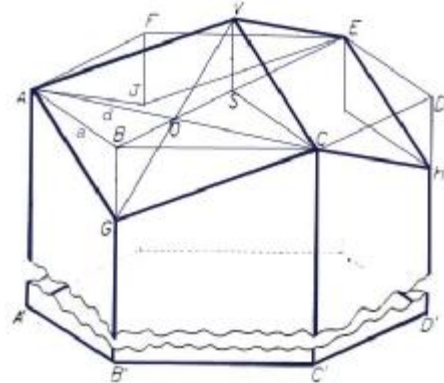
Prečo je práve pravidelný šesťuholník rovinným rezom bunky? Ved' existuje veľké množstvo iných rovinných útvarov. Očividne sa prejavila snaha zvolit' taký pravidelný mnohoúholník, ktorý by pri pokrývaní roviny nenechal nevyužitú miesto. Pokryvanie pravidelnými n-uholníkmi môže byť realizované zhodnými rovnostrannými trojuholníkmi, zhodnými štvorcami alebo zhodnými pravidelnými šesťuholníkmi. Pokrytie roviny pravidelnými mnohoúholníkmi je rovnako možné, ale potom by bunky boli rôznych tvarov, rôznych veľkostí a pri bližšom skúmaní by mali veľa nedostatkov.

Prečo práve šesťuholník bol zvolený včelou k pokrytiu roviny? Všimnime si vzťahy medzi obvodmi a obsahmi pravidelných mnohoúholníkov.

Predpokladajme, že máme rôzne pravidelné mnohoúholníky rovnakého obvodu. Majú všetky rovnaký obsah? Pri rovnakom obvode je obsah pravidelného mnohoúholníka s väčším počtom strán väčší, ako obsah pravidelného mnohoúholníka

s menším počtom strán. Z predchádzajúceho vyplýva, že z uvedených pravidelných mnohouholníkov je najvýhodnejší práve pravidelný šesťuholník, kedy s menším množstvom materiálu môže včelia obsiahnuť časť roviny s najväčším obsahom.

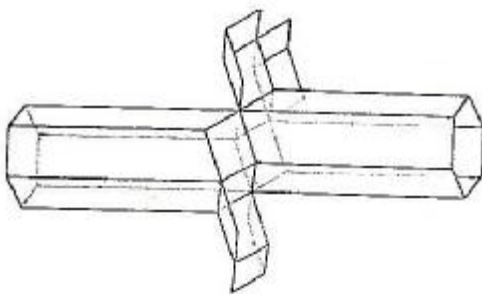
Pozrime sa ešte do vnútra bunky, pretože včelia bunka nemá rovné dno. Pri rovnakom objeme má šesťboký hranol s rovným dnom väčší povrch ako včelia bunka. Na obr. 4 je zakreslená časť pravidelného šesťbokého hranola s podstavou  $ABCDEF$  s hranou dĺžky  $|AB| = a$ . Na bočných hranách, ktoré prechádzajú bodmi  $B, D, F$  nanesieme rovnakú dĺžku, tým dostaneme body  $G, H, J$ . Tú istú vzdialenosť nanesieme aj na os hranola nad podstavu. Dostaneme bod  $V$ . Týmto spôsobom vzniknú tri navzájom zhodné kosoštvorce  $AGCV, CHEV, EJAV$ . Popísaným spôsobom môžeme zostrojiť ľubovoľne veľa kosoštvorcov, ktoré majú uhlopriečku veľkosti  $|AC| = 2d$ . Predpokladajme, že sme zostrojili taký kosoštvorec, pre ktorý platí



Obr. 4

$|GB| : |GO| = |AB| : |AC| = a : 2d$ . Týmto tromi kosoštvorcami a plášťom šesťbokého hranola je zostrojená včelia bunka. Takýto kosoštvorec vedie k minimálnemu povrchu bunky.

Pozrime sa ešte na veľkosti uhlov kosoštvorcov a lichobežníkov na povrchu bunky. Výpočtom by sme zistili, že tupý uhol v lichobežníku je rovný tupému uhlu



Obr. 5

v kosoštvorci dna, a že i ostré uhly v obidvoch útvaroch sú zhodné.

Za zmienku stojí aj to, že kosoštvorec dna a lichobežník bočnej steny majú rovnakú výšku rovnú strane pravidelného šesťuholníka. Obr. 5 znázorňuje zapojenie dvoch buniek plástu.

Záverom príspevku o geometrii v biológii povieme len toľko, že geometria živej alebo neživej prírody, ktorá nás obklopuje, je veľmi inšpirujúca a estetická, a preto sa

zdá vhodným motivačným prvkom, s ktorým by bolo vhodné oboznámiť študentov matematiky.

**Úloha.**

Hľadajte ďalšie zaujímavé geometrické útvary a telesá, ktoré nám poskytuje príroda a diskutujte o nich.