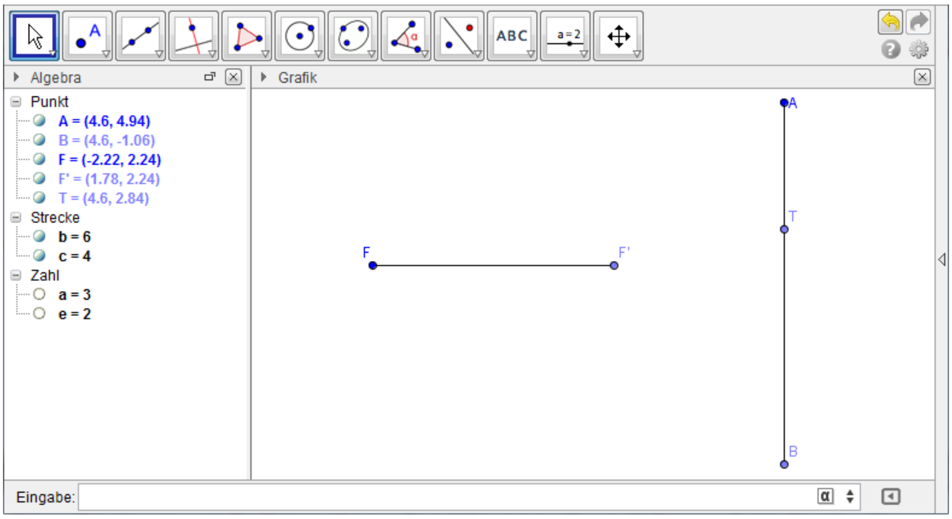
| | |
|---|---|
| Titel der Einheit | Konstruktion von Kegelschnitten |
| Stoffgebiet | Geometrie |
| Name und Email des Einsenders | Andreas Ulovec<br>Andreas.Ulovec@univie.ac.at |
| Ziel der Einheit | Verwenden von Dynamischer Geometrie-Software zum Demonstrieren der Konstruktion von Ellipsen, Hyperbeln, und Parabeln |
| Inhalt | Ebene Geometrie |
| Voraussetzungen | Computer mit GeoGebra-Software |
| Bemerkungen | |

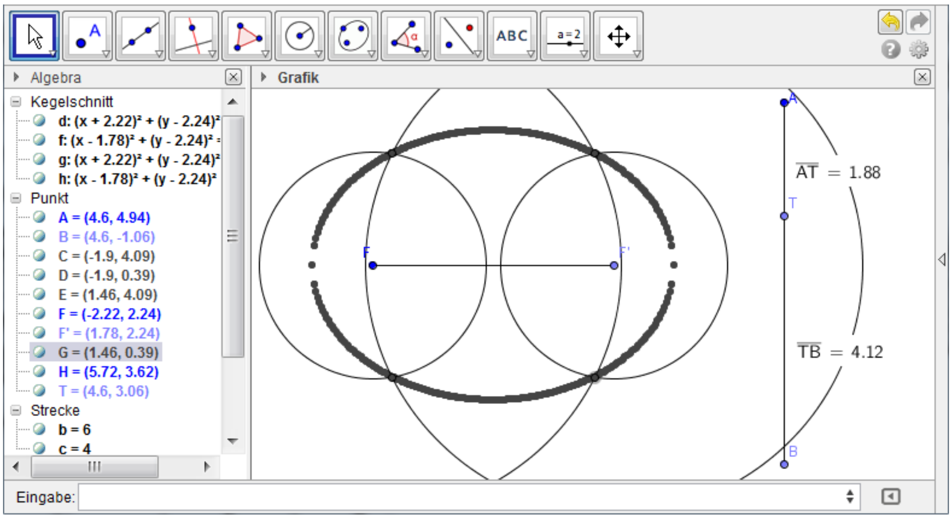
Dieses Projekt wurde mit Unterstützung der Europäischen Kommission im Rahmen des Programms für Lebenslanges Lernen (539234-LLP-1-2013-1-AT-COMENIUS-CAM) finanziert. Die Verantwortung für den Inhalt dieser Veröffentlichung tragen allein die Verfasser; die Kommission haftet nicht für die weitere Verwendung der darin enthaltenen Angaben.

# Die Ellipse

Die Konstruktion einer Ellipse mit Zirkel und Lineal lässt sich natürlich auch in GeoGebra durchführen. Dazu geht man ebenso wie im Lehrbuch beschrieben vor und zeichnet zunächst die Brennpunkte, eine Strecke der Länge 2a, sowie einen Teilungspunkt T auf dieser Strecke (im folgenden Beispiel ist e = 2 cm und a = 3 cm).

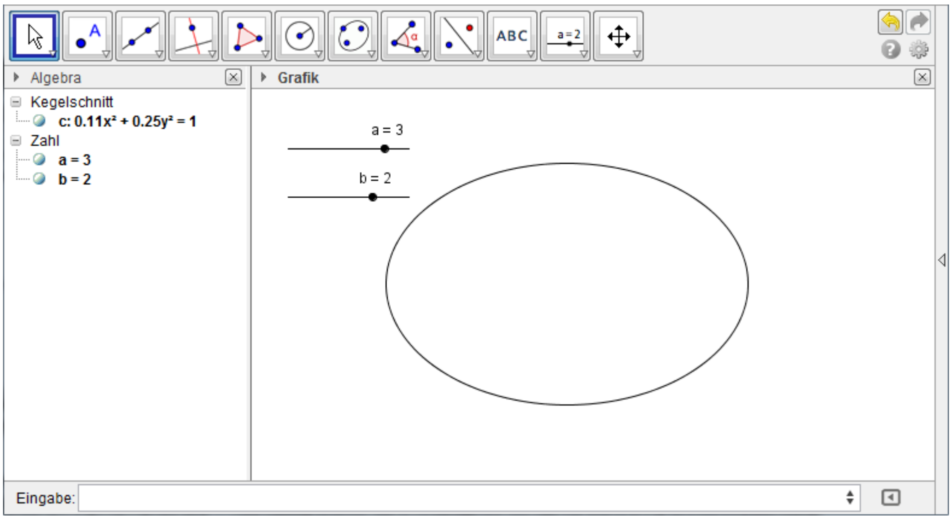



Durch T wird die Strecke in zwei Teilstrecken der Längen d und 2a – d zerlegt, deren Länge man gleich misst. Dazu wählt man das Werkzeug **Abstand oder Länge** und klickt auf die entsprechenden Objekte (d.h. auf zunächst auf A und T, dann auf B und T), deren Abstand man messen möchte. Nun schlägt man die beiden Längen von F und von F' aus ab, dh. man konstruiert Kreise mit Mittelpunkt F bzw. F' und Radius d bzw. 2a – d (also mit jenen Längen, die wir gerade gemessen haben). Dazu verwendet man das Werkzeug **Kreis mit Mittelpunkt und Radius**. Man wählt den Mittelpunkt (also F oder F') aus, danach erscheint ein Fenster zur Eingabe des Radius. Hier gibt man einfach den entsprechenden Messwert (siehe Algebra-Ansicht) ein klickt auf den Button OK. So erhält man insgesamt vier Kreise, die man nun mit dem Werkzeug **Schneide zwei Objekte** schneidet. Die so konstruierten Schnittpunkte liegen alle auf der Ellipse. Bewegt man nun den Punkt T entlang der Linie, so bewegen sich die Schnittpunkte entlang der Ellipse. Wählt man bei diesen Schnittpunkten im Kontextmenü **Spur ein** aus, so erhält man eine (fast) vollständige Ellipse:




Um zu zeigen, wie sich eine Veränderung der Parameter a bzw. b auf das Aussehen einer Ellipse auswirkt, kann man die Schieberegler-Funktion in GeoGebra verwenden. Zunächst gibt man in einem neuen, leeren GeoGebra-Fenster beliebige Anfangswerte für a und b ein (in diesem Beispiel verwenden wir a = 3 und b = 2), und danach die Gleichung einer Ellipse: **x^2/a^2+y^2/b^2=1**

Dann klickt man im Algebra-Fenster auf den kleinen Kreis neben a und b; dadurch werden entsprechende Schieberegler sichtbar, mit denen man die Werte für a und b verändern kann. Durch Verschieben der Regler kann nun die Auswirkung einer Veränderung von a bzw. b auf das Aussehen der Ellipse beobachtet werden:




**Aufgabe**: Wie verändert sich das Aussehen der Ellipse, wenn man

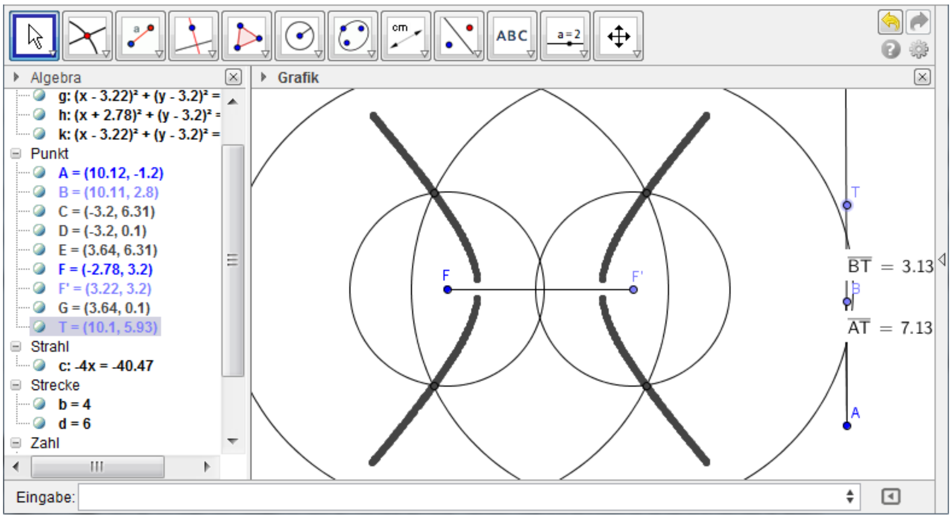
a) a halbiert?

b) b verdoppelt?

c) a und b gleich groß setzt?

# Die Hyperbel

Völlig analog zur Konstruktion einer Ellipse lässt sich auch eine Hyperbel mit GeoGebra konstruieren, indem man den im Lehrbuch angeführten Schritten folgt. Dazu geht man ebenso wie im Lehrbuch beschrieben vor und zeichnet zunächst die Brennpunkte, eine Strecke der Länge 2a, sowie einen Teilungspunkt T, der auf dem Verlängerungsstrahl dieser Strecke liegt (im folgenden Beispiel ist a = 2 cm und e = 3 cm). Wieder misst man die Abstände zwischen A und T bzw. B und T, und zeichnet Kreise um F bzw. F‘, deren Radien diesen Abständen entsprechen. Die Schnittpunkte dieser Kreise liegen auf der Hyperbel, mit Hilfe des Befehls **Spur ein** kann man diese wieder zeichnen lassen. Das Resultat sieht dann so aus:



Um zu zeigen, wie sich eine Veränderung der Parameter a bzw. b auf das Aussehen einer Hyperbel auswirkt, kann man wie schon bei der Ellipse die Schieberegler-Funktion in GeoGebra verwenden.

**Arbeitsauftrag**: Konstruiere eine Hyperbel mit a = 3 und b = 2 mit Hilfe der Hyperbelgleichung!

**Aufgabe**: Wie verändert sich das Aussehen der Hyperbel, wenn man

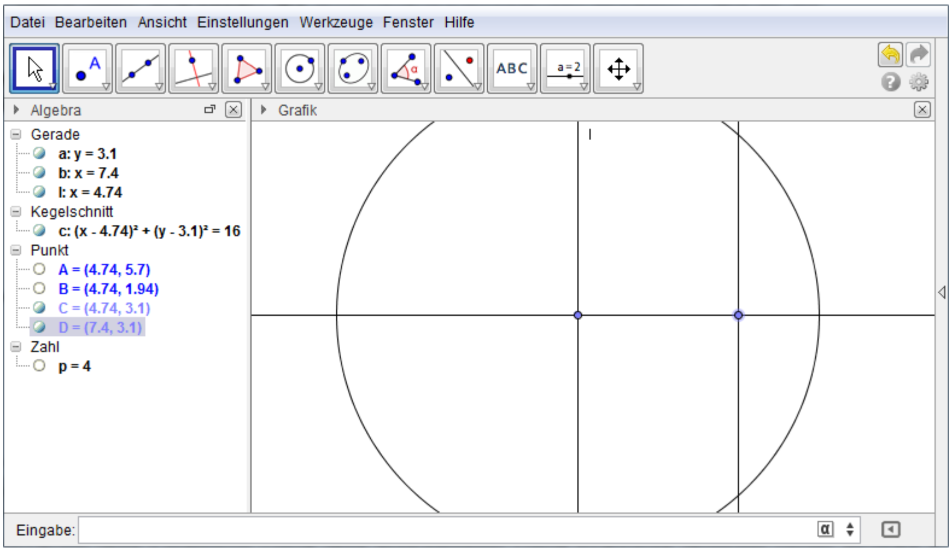
a) a halbiert?

b) b verdoppelt?

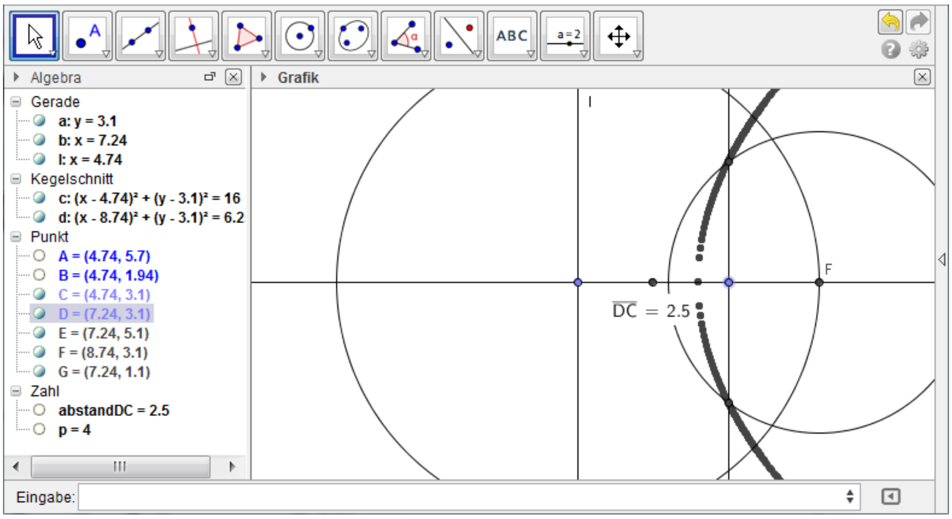
c) a und b gleich gross setzt?

# Die Parabel

Die Konstruktion einer Parabel mit Zirkel und Lineal lässt sich ebenso wie jene von Ellipse und Hyperbel in GeoGebra durchführen. Dazu geht man wie im Lehrbuch beschrieben vor und zeichnet zunächst die Leitlinie l, die Achse (also eine Normale auf l) und einen Punkt F (also den Brennpunkt) im Abstand p (hier im Beispiel wurde p = 4 gewählt) von l, der auf der Achse liegt (dazu zeichnet man am besten einen Kreis mit Radius p und dem Schnittpunkt von Achse und Leitlinie als Mittelpunkt, und schneidet diesen Kreis mit der Achse). Nun zeichnet man einen Punkt auf der Achse und eine Parallele zu l durch diesen Punkt:




Nun misst man den Abstand zwischen der Leitlinie und der Parallelen und schlägt diesen vom Punkt F aus auf der Parallelen ab, dh. man konstruiert einen Kreis mit Mittelpunkt F und einem Radius, der diesem Abstand entspricht, und schneidet ihn mit der Parallelen. Zeichnet man jetzt noch die Spur dieser beiden Schnittpunkte, so erhält man die Parabel:



Algebra
Grafik
Gerade
a: y = 3.1
b: x = 7.24
l: x = 4.74
Kegelschnitt
c: (x - 4.74)² + (y - 3.1)² = 16
d: (x - 8.74)² + (y - 3.1)² = 6.2
Punkt
A = (4.74, 5.7)
B = (4.74, 1.94)
C = (4.74, 3.1)
D = (7.24, 3.1)
E = (7.24, 5.1)
F = (8.74, 3.1)
G = (7.24, 1.1)
Zahl
abstandDC = 2.5
p = 4
DC = 2.5
Eingabe: